Лекция 10_Линза-Тиринг мәселесі және адиабатикалық қозғалыс теориясы

Айналмалы сұйық шар үшін Фоктың бірінші жуықтауының нақты метрикасы

$$ds^2 = \left[c^2 - 2U\left(1 + \frac{\xi^{ж}}{m_0 c^2}\right) + \frac{2U^2}{c^2} + \frac{4\gamma}{7m_0 c^2}\left(\vec{S}_0\vec{\nabla}\right)\left(\vec{S}_0\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right)\right]dt^2 -$$

$$-\left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)\left(dx_1{}^2 + dx_2{}^2 + dx_3{}^2\right) + \frac{8}{c^2}\left(U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + U_3 dx_3\right)dt, \qquad (1)$$

Енді бірінші жуықтау метрикасының (1) негізінде айналмалы массивтік шар өрісіндегі сынақ денесінің финиттік қозғалысы туралы Линз-Тирринг есебін қарастырамыз. Бұл жағдайда Гамильтон әдісі пайдаланылады:

$$H = mc^2 + \frac{p^2}{2m} - mU - \frac{1}{c^2}\left(\frac{p^4}{8m^3} + \frac{3Up^2}{2m} + \frac{\xi_0}{m_0}mU - \frac{mU^2}{2}\right) -$$

$$-\frac{2\gamma}{c^2}\left(\left[\vec{S}_0\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right]\vec{p}\right) - \frac{2\gamma m}{7m_0 c^2}\left(\left[\vec{S}_0\vec{\nabla}\right]\left[\vec{S}_0\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right]\right), \qquad (2)$$

және қозғалыс теңдеулері:

$$\dot{\vec{M}} = \frac{2\gamma}{r^3c^2}\left[\vec{S}_0\vec{M}\right] - \frac{12\gamma m\left(\vec{S}_0\vec{r}\right)}{7m_0 r^5 c^2}\left[\vec{r}\vec{S}_0\right] \qquad (3)$$

$$\dot{\vec{A}} = \left(4E + 6mU + \frac{m}{m_0}\xi_0\right)\frac{\left[\vec{\nabla}U\vec{M}\right]}{mc^2} + \frac{2\gamma}{r^3c^2}\left[\vec{S}_0\vec{A}\right] + \frac{6\gamma\left(\vec{S}_0\vec{M}\right)}{mr^5c^2}\left[\vec{r}\vec{M}\right] -$$

$$-\frac{6\gamma}{7m_0 r^5 c^2}\left\{S_0{}^2\left[\vec{r}\vec{M}\right] - \frac{5}{r^2}\left(\vec{S}_0\vec{r}\right)^2\left[\vec{r}\vec{M}\right] - 2\left(\vec{S}_0\vec{r}\right)\left[\vec{S}_0\vec{M}\right] + 2\left(\vec{S}_0\vec{r}\right)\left[\vec{p}\left[\vec{r}\vec{S}_0\right]\right]\right\}. \qquad (5)$$

Біз бұл теңдеулер арқылы

$$ds^2 = \left(c^2 - 2U + \frac{2U^2}{c^2} - \frac{2\gamma}{c^2} \int \frac{\rho'(\frac{3}{2}v^2 + \Pi - U)' - P'_{kk}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}(dx')^3 \right) dt^2 -$$

$$- \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)\left(dx_1{}^2 + dx_2{}^2 + dx_3{}^2\right) + \frac{8}{c^2}\left(U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + U_3 dx_3\right)dt \quad (6)$$

(2) ішкі құрылымға байланысты интегралды есепке алу алдыңғы жұмыстарда келтірілген теңдеулерге қарағанда Линз-Тирринг есебінің қозғалыс теңдеулерін айтарлықтай өзгертетінің байқаимыз [1]. Бұл мәселені ЖСТ механикасындағы денелер қозғалысының адиабаталық теориясы негізінде қарастыра отырып, төмендегі формулаға келтіреміз:

$$\overline{H} = mc^2 - \frac{m\alpha^2}{2M_0{}^2} + \frac{1}{c^2}\left\{\left(\frac{15m\alpha^2}{8M_0{}^2} - \frac{m}{m_0}\xi_0\right)\frac{\alpha^2}{M_0{}^2} - \frac{3m\alpha^4}{M_0{}^3 M} + \right.$$

$$\left. + \frac{m^2\alpha^4}{m_0 M_0{}^3 M^3}\left[2\left(\vec{S}_0\vec{M}\right) + \frac{mS_0{}^2}{7m_0} - \frac{3m}{7m_0 M^2}\left(\vec{S}_0\vec{M}\right)\left(\vec{S}_0\vec{M}\right)\right]\right\}. \quad (7)$$

Векторлық элементтердегі қозғалыс теңдеулері:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \left[\vec{\Omega}\vec{M}\right], \qquad \frac{d\vec{A}}{dt} = \left[\vec{\Omega}\vec{A}\right], \qquad \vec{\Omega} = \frac{\partial\overline{H}}{\partial\vec{M}}, \quad (8)$$

Бұдан:

$$\vec{\Omega} = \frac{3m\alpha^4}{M^3 M_0{}^3 c^2}\vec{M} + \frac{m^2\alpha^4}{m_0 M^3 M_0{}^3 c^2}\left\{2\vec{S}_0 - \frac{3m\left(\vec{M}\vec{S}_0\right)}{7m_0 M^2}\vec{S}_0 + \frac{6m\left(\vec{M}\vec{S}_0\right)^2}{7m_0 M^4}\vec{M}\right\} -$$

$$- \frac{3m^2\alpha^4\vec{M}}{m_0 M^5 M_0{}^3 c^2}\left\{2\left(\vec{M}\vec{S}_0\right) + \frac{m}{7m_0}S_0{}^2 - \frac{3m\left(\vec{M}\vec{S}_0\right)^2}{7m_0 M^2}\right\}. \quad (9)$$

Жоғарыдағы (9) формуладан Линз-Тирринг есебі бойынша алдыңғы зерттеулердің нәтижелерін айтарлықтай толықтырады. Осылайша, жалпы салыстырмалық механикасының бірінші жуықтауының метрикасында ішкі құрылымға байланысты интегралды есепке алу қажет.

Жалпы салыстырмалық механикасының квази-кеплерлік есептерінің жалпы жағдайы үшін Гамильтондық орташа алынған мәні:

$$\overline{H} = \overline{H}\left(M_0, \vec{M}, \delta\vec{\varphi}\right), \quad (10)$$

және автономды канондық теңдеулері

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{\partial \overline{H}}{\partial \vec{\varphi}}, \quad \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \frac{\partial \overline{H}}{\partial \vec{M}}, \qquad (11)$$

Бұнжағы $\delta\vec{\varphi}$ - шексіз аз айналу векторы.

Қолданылған әдебиет

1 Фок В.А. Начала квантовой механики. М.: Наука, 1976. 376 с.
2. Фок В.А. Проблемы'дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970.
3. Эйнштейн А. Принципиальное содержание общей теории относительности // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1965. Т. 1. С. 613-615.
4. Фок В.А. Об основных принципах теории тяготения Эйнштейна // Современные проблемы гравитации. Тбилиси: Изд-во Тбил. ун-та, 1967. С. 5-11.